Informace o cvičení

- Stránka cvičení: `http://elif.cz/LA2_1920.html`
- Kontakt: `elif@kam.mff.cuni.cz`
- Podmínky pro udělení zápočtu:
  - Získat alespoň 14 bodů (cca 65 %) za minipísemky na začátku cvičení, skládající se většinou z definice a početního příkladu.
  - Případný nedostatečný bodový zisk je možno nahradit řešením bonusových úkolů.

Příklad 1. Ověřte, že $\langle x, y\rangle = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 2x_2y_2$ definuje skalární součin na $\mathbb{R}^2$. Pro vektory $x = (1, 2)$ a $y = (3, 4)$ spočítejte

a) $\langle x, y\rangle$ a rozhodněte, zda platí $x \perp y$,
b) $\|x\|$, $\|y\|$,
c) vzdálenost x od y.

Příklad 2. Ukažte, že:

a) $\langle x, y\rangle = x^T y$ není skalární součin v $\mathbb{C}^n$,
b) $\langle x, y\rangle = x^T \overline{y}$ je skalární součin v $\mathbb{C}^n$.

Příklad 3. Určete úhel mezi vektory

a) $(1, -4)$, $(8, 2)$,
b) $(0, 0, 1)$, $(1, 0, -1)$.

Příklad 4. Dokažte, že pro každé $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ platí následující vztah mezi aritmetickým a kvadratickým průměrem:

$$\frac{a_1 + \cdots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + \cdots + a_n^2}{n}}.$$

Příklad 5. Ověřte, že $\|x\| = |x_1 - x_2| + |x_2|$ je normou na $\mathbb{R}^2$.

Příklad 6. Najděte nenulový vektor v (příp. všechny), který je kolmý na všechny řádky matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Informace o cvičení

- Stránka cvičení: `http://elif.cz/LA2_1920.html`
- Kontakt: `elif@kam.mff.cuni.cz`
- Podmínky pro udělení zápočtu:
  - Získat alespoň 14 bodů (cca 65 %) za minipísemky na začátku cvičení, skládající se většinou z definice a početního příkladu.
  - Případný nedostatečný bodový zisk je možno nahradit řešením bonusových úkolů.

Příklad 1. Ověřte, že $\langle x, y\rangle = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 2x_2y_2$ definuje skalární součin na $\mathbb{R}^2$. Pro vektory $x = (1, 2)$ a $y = (3, 4)$ spočítejte

a) $\langle x, y\rangle$ a rozhodněte, zda platí $x \perp y$,
b) $\|x\|$, $\|y\|$,
c) vzdálenost x od y.

Příklad 2. Ukažte, že:

a) $\langle x, y\rangle = x^T y$ není skalární součin v $\mathbb{C}^n$,
b) $\langle x, y\rangle = x^T \overline{y}$ je skalární součin v $\mathbb{C}^n$.

Příklad 3. Určete úhel mezi vektory

a) $(1, -4)$, $(8, 2)$,
b) $(0, 0, 1)$, $(1, 0, -1)$.

Příklad 4. Dokažte, že pro každé $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ platí následující vztah mezi aritmetickým a kvadratickým průměrem:

$$\frac{a_1 + \cdots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + \cdots + a_n^2}{n}}.$$

Příklad 5. Ověřte, že $\|x\| = |x_1 - x_2| + |x_2|$ je normou na $\mathbb{R}^2$.

Příklad 6. Najděte nenulový vektor v (příp. všechny), který je kolmý na všechny řádky matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$