

Determinanty – Aplikace

Př. 1. Řešte pomocí Cramerova pravidla soustavu lineárních rovnic $Ax = b$ pro matici

$$(A | b) = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 7 \\ -1 & 1 & -2 & -6 \\ 3 & -1 & 3 & 10 \end{array} \right).$$

Př. 2. Absolutní hodnota determinantu určuje, jak moc lineární zobrazení $x \mapsto Ax$ určené maticí A zvětšuje/zmenšuje objem těles. Zároveň lze na determinant nahlížet jako na objem rovnoběžnostěnu daného sloupce matice.

Určete determinanty a ověřte tuto geometrickou interpretaci pro následující matice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix},$$
$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Př. 3. Spočítejte objem rovnoběžnostěnu určeného vektory $(3, 1, 1)^T$, $(2, 1, 1)^T$ a $(2, 3, 2)^T$.

Př. 4. Určete objem elipsoidu, který je obrazem jednotkové koule při lineárním zobrazení s předpisem

$$\begin{aligned} f(1, 3, 1) &= (3, 1, 0), \\ f(1, 0, 3) &= (1, 0, 2), \\ f(1, 1, 1) &= (4, 1, 5). \end{aligned}$$

Př. 5. Jak lze pomocí determinantu popsat přímku v rovině procházející body (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ? Najděte obecnou rovnici přímky procházející body $(0, 1)$ a $(-2, 3)$.

Př. 6. Pomocí determinantu určete počet koster následujícího grafu:

