

Vlastní čísla, Jordanova normální forma

Př. 1. Ukažte, že rozklad $A = Q\Lambda Q^T$, kde Λ je diagonální a Q ortogonální (t.j. $Q^{-1} = Q^T$), existuje pouze pro symetrické matice.

Př. 2. Najděte všechny možné Jordanovy normální formy pro matici s charakteristickým polynomem $(\lambda - 1)^3(\lambda + 2)$.

Př. 3. Matici B převed'te do Jordanova normálního tvaru a určete vlastní vektory, popř. zobecněné vlastní vektory:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Př. 4. Spočtete druhou, třetí a 11. mocninu matice B z předchozího příkladu.

Př. 5. Určete Gerschgorinovy disky pro matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 12 & 0 & -4 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a pomocí nich rozhodněte, zda má matice A aspoň dvě reálná vlastní čísla.

Př. 6. Ve městě Matfyzákově fungují tři lokální politické strany, a to Anarchisté (A), Bláhoví (B) a Cílevědomí (C).

Volby se řídí následujícím pravidlem: Z voličů strany A volí opět tuto stranu 75 % jejich voličů, ale k B přejde 5 % a k C dokonce 20 %. Z voličů B přejde k A rovných 20 % a k C také 20 %. Nakonec, z voličů C zůstane jen 80 %, zbytek se rovnoměrně rozdělí mezi A a B.

Jaké bude rozdělení podpory stran v místním zastupitelstvu za delší časový horizont?