6. Permutace

Cv. 6.1 Mějme permutace

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 2 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Najděte jejich cykly, znaménka, inverze a složte permutace p, q mezi sebou.

Cv. 6.2 Mějme permutaci

$$p = (1, 3, 4)(2, 5)(6, 11, 10, 9, 8, 7).$$

Spočítejte p^9 a p^{-14}.

Pro jakou nejmenší mocninu $k \geq 1$ dostaneme $p^k = id$?

Cv. 6.3 Určete znaménko permutací r, s, kde

$$r = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad s \; = (1, 3, \dots, 2n-1, 2, 4, 6, \dots, 2n)$$

Cv. 6.4 Najděte všechny permutace komutující s $p = (1, 2)(3)$.

Cv. 6.5 Najděte všechny permutace splňující $p \in S_{10}$ a $p^2 = (1, 3)(2, 4)(7, 8, 9, 10)$.

Cv. 6.6 Dokažte, že složením permutací dostaneme permutaci.

Cv. 6.7 Dokažte, že znaménko permutace p lze ekvivalentně definovat jako $\mathrm{sgn}(p) = (-1)^s$, kde s je počet cyklů p sudé délky.