Matice přechodu a matice lineárního zobrazení

termín odevzdání: 5. 1. 2024 (začátek cvičení)

Úkol 10.1. Buď

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B' = \{(1,1,0)^T, (1,0,0)^T, (0,1,-1)^T\}.$$

Najděte bázi B tak, aby matice A byla maticí přechodu

(a) od báze B do báze B', tj. ${}_{B'}[id]_B$, [3 b]

(b) od báze B' do báze B, tj. ${}_{B}[id]_{B'}$. [3 b]

Úkol 10.2. Uvažujme lineární zobrazení $f\colon \mathcal{P}^2 \to \mathcal{P}^2$ zadané maticí

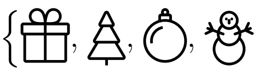
$${}_{B_1}[f]_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

vzhledem k bázi $B_1 = \{1, 1+x, x^2\}$.
Najděte matici zobrazení ${}_{B_2}[f]_{B_2}$ pro bázi $B_2 = \{1, x, 1+x^2\}$. [4 b]

Bonusové příklady

termín odevzdání: 19. 1. 2024

Úkol B.1. Definujte (tabulkou) operace $+$ a $\cdot$ na množině 4 prvků

$T = \{$  $\}$

tak, aby trojice $(T, +, \cdot)$ tvořila těleso. [4 b]

Úkol B.2. Rozhodněte, zda tvoří vektorový prostor množina kladných reálných čísel $\mathbb{R}^+$ nad tělesem $\mathbb{Q}$ s binárními operacemi sčítání $\oplus\colon \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ a násobení skalárem $\star : \mathbb{Q} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, kde

$$x \oplus y = x \cdot y, \qquad \alpha \star x = x^\alpha.$$ [5 b]

Úkol B.3. Lineární zobrazení *merry*: $\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^{2\times 2}$ je dáno předpisem

$$\mathit{merry}(x, m, a, s) = \begin{pmatrix} x + 2m + s & m - 2a \\ x + 4a + s & m \end{pmatrix}.$$

(a) Určete bázi jádra a obrazu zobrazení *merry*. [4 b]

(b) Rozhodněte, zda je zobrazení *merry* prosté a „na“. [2 b]